Préparation au DS n°4

Les volumes

EXERCICE 1 :

1. Étant donné qu'il tombe une goutte par seconde, il suffit de calculer le nombre de secondes qu'il y a dans une journée.
   Sachant qu'il y a 3 600 secondes dans une heure et 24 heures dans une journée,
   $1\,j\ =\ 3600\,s \times 24\ =\ 86400\,s.$
   Il tombe donc 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.

1. Il y a 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.
   Chaque millilitre correspond à 20 gouttes.
   Je calcule le nombre de millilitres qui tombent en une journée :
   $86400 \div 20\ =\ 4\,320$
   4 320 mL tombent dans la vasque en une journée. Or 4320 mL = 4,32 L.
   Je calcule le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite :
   $7\ \times\ 4{,}32\ L =\ 30{,}24\ L$
   En une semaine, le volume d'eau qui tombe dans la vasque est 30,24 L.

2. Je calcule le volume de la vasque cylindrique :
   Diamètre = 40 cm = 4 dm et hauteur = 15 cm = 1,5 dm
   $R =\ Diamètre \div 2\ =\ 4\,dm \div 2\ =\ 2\,dm$
   $V = \pi \times R^2 \times hauteur$
   $= \pi \times 2^2 \times 1{,}5$
   $=\ 6\pi$
   $V \approx\ 18{,}85\ dm^3$
   Or, 1 dm^3 = 1 L donc le volume de la vasque est 18,85 L, arrondi au centilitre près.

3. Il s'écoule pendant 7 jours 30,24 L par semaine ce qui dépasse le volume de la vasque.
   L'évacuation étant fermée, l'eau va déborder.

5. Je calcule le coefficient multiplicateur.
   Valeur initiale = 165 L et valeur finale = 148 L
   Or, $valeur\ initiale \times coefficient\ multiplicateur = valeur\ finale$
   $$coefficient\ multiplicateur = \frac{valeur\ finale}{valeur\ initiale}$$
   $$coefficient\ multiplicateur\ = \frac{148}{165}$$
   $$coefficient\ multiplicateur \approx 0{,}90$$
   Je calcule le pourcentage de réduction. :
   $$0{,}90 = 1 - 0{,}1 = 1 - \frac{10}{100}$$
   Le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018 est 10 %.

EXERCICE 2 :

On note V_2 le volume de ce cylindre. Alors :

$$V_2 = \pi \times R^2 \times hauteur$$
$$V_2 = \pi \times OA^2 \times OO'$$
$$V_2 = \pi \times 2{,}4^2 \times 7$$
$$V_2 = \pi \times 40{,}32$$
$$V_2 = 40{,}32 \times \pi \text{ m}^3$$

On note V_3 le volume de ce cône. Alors :

$$V_3 = (\pi \times R^2 \times hauteur) \div 3$$
$$V_3 = (\pi \times OA^2 \times SO) \div 3$$
$$V_3 = (\pi \times 2{,}4^2 \times 4) \div 3$$
$$V_3 = (\pi \times 23{,}04) \div 3$$
$$V_3 = 7{,}68 \times \pi \text{ m}^3$$

On note V le volume de ce pigeonnier, alors :

$$V = V_2 + V_3 = 40{,}32 \times \pi + 7{,}68 \times \pi = \mathbf{48 \times \pi \; m^3}$$
$$\boldsymbol{V \approx 151 \, m^3}$$

EXERCICE 3 :

1. a. La base d'une bougie est un disque de rayon 3 cm et de hauteur 12 cm.

Je calcule son volume:

$V = \pi \times R^2 \times hauteur$
$= \pi \times 3^2 \times 12$
$= 108\pi$
$V \approx 339 \, cm^3$

Le volume de la bougie est 339 cm^3.

b. Je calcule le volume de cire dans la bougie.

$\frac{9}{10} \times 108\pi = 97{,}2\pi$

Le volume de cire dans la bougie est $97{,}2 \, \pi \, cm^3$, soit environ 305 cm^3.

On sait que 1 cm^3 pèse 0,7 g. Je calcule la masse de cire dans la bougie.

$305 \times 0{,}7 = 213{,}5$

La masse de cire est égale à environ 214 g.

2. Les bougies à la vanille sont représentées par un secteur dont l'angle au centre a pour mesure 90°.

$90 = 360 \div 4$ donc elles représentent le quart de la production soit 25%.

Comme il y autant de bougies à la lavande que de bougies au jasmin, le pourcentage de bougies à la lavande (ou au jasmin) est égal à : $(100 - (22 + 25)) \div 2 = (100 - 47) \div 2 = 53 \div 2 = 26{,}5$

Le pourcentage de bougies à la lavande est 26,5 %.

EXERCICE 4 :

1. a. Je calcule le volume du cylindre.

   $V \; du \; cylindre = \pi \times 1{,}5^2 \times 6 = \pi \times 2{,}25 \times 6 = 13{,}5 \, \pi$

   Le volume du cylindre est $13{,}5\pi \, cm^3$

   b. Je calcule le volume V1 du cône.

   $\text{V1} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{HAUTEUR}}{3} = \frac{\pi \text{ x } 1{,}5^2 \times 3}{3} = \frac{\pi \text{ x } 2{,}25 \times 3}{3} = 2{,}25\pi$

   Le volume d'un cône est $2{,}25 \, \pi \, cm^3$

Je calcule le volume des deux cônes.
$2 \times 2{,}25\,\pi \;=\; 4{,}5\,\pi$
Le volume total des deux cônes est $4{,}5\,\pi\ cm^3$.
c. Je calcule la fraction du volume du cylindre que représente le volume du sablier.
$\frac{4{,}5\,\pi}{13{,}5\,\pi} = \frac{4{,}5}{13{,}5} = \frac{45:5}{135:5} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$
Le volume du sablier représente $\frac{1}{3}$ du volume du cylindre.

2. Je calcule le temps mis par le sable pour s'écouler en utilisant un tableau de proportionnalité.

Volume en cm^3	540	27
Temps en min	60	

Temps $= \frac{60 \times 27}{540} = 3$ Le sablier mesure un temps égal à 3 min.

Le théorème de Thalès

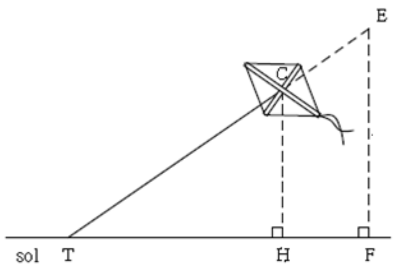
EXERCICE 1 :

1. On exprime la longueur TH en mètres car elle est donnée en pas dans l'énoncé :

$$\mathbf{TH} = 24 \times 0{,}6 = \mathbf{14{,}4\ m}$$

Le triangle THC est rectangle en H d'hypoténuse [TC], on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$$\mathrm{TC}^2 = \mathrm{HT}^2 + \mathrm{HC}^2$$
$$18^2 = 14{,}4^2 + \mathrm{HC}^2$$
$$324 = 207{,}36 + \mathrm{HC}^2$$
$$\mathrm{HC}^2 = 324 - 207{,}36$$
$$\mathrm{HC}^2 = 116{,}64$$
$$\mathrm{HC} = \sqrt{116{,}64}$$
$$\mathbf{HC = 10{,}8\ m}$$



2. Pour utiliser la propriété de Thalès, il faut démontrer que les droites (CH) et (EF) sont parallèles.

<u>On sait que</u> : Les droites (CH) et (EF) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (TF).
<u>Propriété</u> : Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
<u>Conclusion</u> : Les droites (CH) et (EF) sont **parallèles**.

Les droites (HF) et (CE) sont sécantes en T.
Les droites (CH) et (EF) sont parallèles, alors on peut appliquer **<u>le théorème de Thalès</u>** :

$$\frac{Triangle\ \mathbf{T}HC}{Triangle\ \mathbf{T}EF} \qquad \frac{\mathbf{T}H}{\mathbf{T}F} = \frac{\mathbf{T}C}{\mathbf{T}E} = \frac{CH}{EF}$$

$$\frac{14{,}4}{\mathrm{TF}} = \frac{18}{\mathrm{TE}} = \frac{10{,}8}{16{,}2}$$

<u>Pour le calcul de la longueur TE</u> :

$$\frac{18}{\mathrm{TE}} = \frac{10{,}8}{16{,}2}$$

$$TE = \frac{\mathbf{18 \times 16,2}}{\mathbf{10,8}} = \mathbf{27}\ \boldsymbol{m} \text{ valeur exacte}$$

Conclusion : il lui faudra 27 mètres de corde.

EXERCICE 2 :

1. Le triangle BCD est rectangle en C d'hypoténuse [BD], on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$$\mathrm{BD}^2 = \mathrm{BC}^2 + \mathrm{CD}^2$$
$$\mathrm{BD}^2 = 3^2 + 4^2$$
$$\mathrm{BD}^2 = 9 + 16$$
$$\mathrm{BD}^2 = 25$$
$$\mathrm{BD} = \sqrt{25}$$
$$\mathbf{BD = 5\ km}$$

Conclusion : La longueur BD est égale à 5 km.

2. On sait que : Les droites (BC) et (EF) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (CE).
Propriété : Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Conclusion : Les droites (BC) et (EF) sont **parallèles**.

3. Les droites (BF) et (CE) sont sécantes en D.
Les droites (BC) et (EF) sont parallèles, alors on peut appliquer **le théorème de Thalès** :

$$\frac{Triangle\ \boldsymbol{D}BC}{Triangle\ \boldsymbol{D}EF} \quad \frac{\boldsymbol{D}B}{\boldsymbol{D}F} = \frac{\boldsymbol{D}C}{\boldsymbol{D}E} = \frac{BC}{FE}$$

$$\frac{5}{\mathrm{DF}} = \frac{4}{10} = \frac{3}{\mathrm{EF}}$$

Pour le calcul de la longueur DF :

$$\frac{5}{\mathrm{DF}} = \frac{4}{10}$$
$$\boldsymbol{DF} = \frac{\mathbf{5 \times 10}}{\mathbf{4}} = \mathbf{12,5}\ \boldsymbol{km} \text{ valeur exacte}$$

Conclusion : La longueur DF est égale à 12,5 km.

4. La longueur totale du parcours est égale à :

$$L = AB + BD + DF + FG$$
$$L = 14 + 5 + 12{,}5 + 7$$
$$\boldsymbol{L} = \mathbf{38,5}\ \boldsymbol{km}$$

Conclusion : La longueur totale du parcours est égale à 38,5 km.

5. Michel roule à 16 km/h pour aller du point A au point B, c'et-à-dire sur une distance de 14 km.

$$v = \frac{d}{t}$$
$$16 = \frac{14}{t}$$
$$t = 14 \div 16$$
$$t = 0{,}875\ h$$
$$\boldsymbol{t} = \mathbf{52,5}\ \boldsymbol{min} = \mathbf{52}\boldsymbol{min}\mathbf{30}\boldsymbol{s}$$

Conclusion : Michel mettra 52 min 30 s pour parcourir la distance AB à une vitesse de 16 km/h

Problèmes et arithmétique

EXERCICE 1 :

1. Je décompose 3 150 et 8 820 en produits de facteurs premiers :
   $3\,150 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$ et $8\,820 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7$
   Le plus grand diviseur commun à 3 150 et 8 820 est $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 630$.
   Il peut faire au maximum 630 boîtes.
2. On partage les 3 150 bonbons au chocolat et de 8 820 bonbons au café en 630 parts égales :
   $3\,150 \div 630 = 5$ et $8\,820 \div 630 = 14$
   Dans chacune des boîtes, il y aura 5 bonbons au chocolat et 14 bonbons au café.

EXERCICE 2 :

1. Je décompose 210 et 135 en produits de facteurs premiers :
   $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ et $135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$
   Le plus grand diviseur commun à 210 et 135 est $3 \times 5 = 15$.
   Les carrés ont pour longueur de côté 15 cm.
2. Je calcule le nombre de carrés nécessaires sur la longueur et sur la largeur.
   $210 \div 15 = 14$ et $135 \div 15 = 9$
   Je calcule le nombre de carrés nécessaires :.
   $$14 \times 9 = 126$$
   Il faudra 126 carrelages

EXERCICE 3 :

Dans une course automobile, deux voitures partent en même temps sur la ligne de départ à 13 h00.
Cette course s'effectue sur 12 tours de circuit.
La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes alors que la voiture B met 30 minutes.

1. A quelle heure est arrivée la voiture A ?
   A quelle heure est arrivée la voiture B ?
2. Combien de fois se seront croisées les deux voitures sur la ligne de départ pendant la course ?

1.

Pour la voiture A :

Nombre de tours	Temps en min
1	36
12	36 × 12 = 432 min

Je convertis 432 min en heures et minutes.
Quotient de la division euclidienne de 432 par 60 : 7.
Reste de la division euclidienne d e432 par 60 : 12
Donc 432 min = 7 h 12 min

13 h + 7 h 12min = 20 h 12 min

La voiture A arrive à 20 h 12 min

Pour la voiture B :

Nombre de tours	Temps en min
1	30
12	30 × 12 = 360 min = 6 h

13 h + 6 h = 19 h.

La voiture B arrive à 19 h.

2. Je décompose 36 et 30 en produits de facteurs premiers :
$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ et $30 = 2 \times 3 \times 5$
On remarque que dans la décomposition de 36 il manque $\times 5$ et dans celle de 30 il manque $\times 2 \times 3$ par rapport à la décomposition de l'autre nombre. Ainsi :
$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times \mathbf{5} = 180 \ ou \ 2 \times 3 \times 5 \times \mathbf{2} \times \mathbf{3} = 180$$
Le plus petit multiple commun à 30 et 36 est 180.
Ils se sont croisés au bout de 180 min puis au bout de 360 min.

Homothéties

EXERCICE 1 :

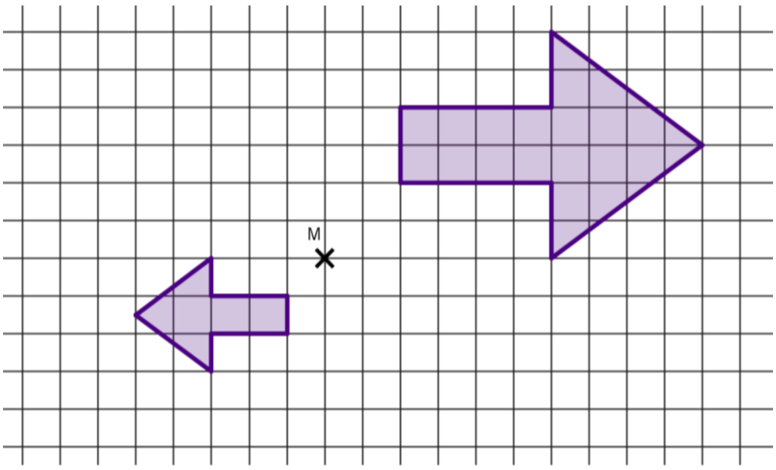
Homothétie de centre I et de rapport 2 : Image 1
Homothétie de centre I et de rapport -3 : Image 4.
Homothétie de centre I et de rapport 0,5 : Image 2.
Homothétie de centre I et de rapport $-0{,}5$: Image 3.

EXERCICE 2 :

- On a AG = $\frac{1}{4}$ AB et les points A, G et B sont alignés dans cet ordre.
  Donc AGFE est l'image de ABCD par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{4}$
- On a BA = $\frac{1}{2}$ BR et les points A et R sont de part et d'autre du point B.
  Donc A est l'image de R par l'homothétie de centre B et de rapport $-\frac{1}{2}$
- On a RM = 3 RA et les points R, A et M sont alignés dans cet ordre.
  Donc RZM est l'image de RIA par l'homothétie de centre R et de rapport 3

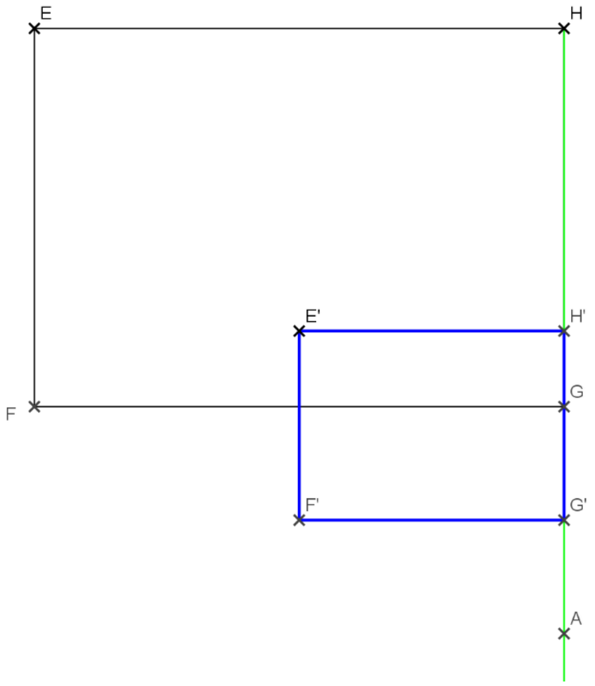
EXERCICE 3 :

Construire l'image de la flèche par l'homothétie de centre M et de rapport -0,5.



EXERCICE 3 :

<table>
<tr>
<td>
Dessin final :



</td>
<td>

2. $Périmètre\ de\ EFGH$
$$= 2 \times (L + l)$$
$$= 2 \times (7\ cm + 5\ cm)$$
$$= 24\ cm$$

$$Aire\ de\ EFGH$$
$$= L \times l$$
$$= 7\ cm\ \times 5cm$$
$$= 35\ cm^2$$

5. Dans une homothétie de rapport 0,5, les longueurs sont multipliées par 0,5 et les aires par $0{,}5^2$.
On a donc :
$$Périmètre\ de\ E'F'G'H'$$
$$= 0{,}5 \times 24\ cm$$
$$= 12\ cm$$

$$Aire\ de\ E'F'G'H'$$
$$= 0{,}5^2 \times 35\ cm^2$$
$$= 8{,}75\ cm^2$$
</td>
</tr>
</table>